УДК 537.533
doi 10.18101/978–5–9793–0803–6–144–147

КРАЕВЫЕ УСЛОВИЯ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ КАТОДНОГО УЗЛА С ТЕРМОХИМИЧЕСКОЙ ВСТАВКОЙ

© ***Базарова Саяна Бимбаевна***, аспирант
Института физического материаловедения СО РАН
Россия, г. Улан-Удэ
E-mail: baz_say@mail.ru

© ***Цыдыпов Балдандоржо Дашиевич***, доктор технических наук,
ведущий научный сотрудник Института физического материаловедения СО РАН
Россия, г. Улан-Удэ
E-mail: tsydypovbd@rambler.ru

В статье впервые рассмотрены постановка и особенности краевых условий к тепло- и электрофизической задаче для составных электродных узлов с термохимическими вставками. Теоретическое исследование стационарного теплового состояния катодного узла состоит в решении системы нелинейных уравнений для двух элементов катодного узла (вставки и обоймы) теплопроводности с учетом джоулева нагрева и неразрывности тока. Особенности поставленной задачи состоят в том, что система уравнений нелинейна, так как коэффициенты электро- и теплопроводности зависят от температуры. Краевые условия задачи также нелинейны, поскольку на граничных условиях происходит сложный теплообмен конструкции с внешней средой: конвективная теплоотдача плазмообразующему газу и радиационное излучение с торца катода. В данной постановке теплоэлектрофизическая задача сформулированными граничными условиями аналитически не решается, поэтому применяется численный метод решения задачи.
Ключевые слова: термохимические катоды, краевая задача, катодный узел, термохимическая вставка, плазмотрон, катододержатель.

BOUNDARY CONDITIONS OF A THERMOPHYSICAL PROBLEM FOR THE CATHODE ASSEMBLY WITH THERMOCHEMICAL INSERT

Sayana B. Bazarova, Postgraduate Student at the Institute
of Physical Material Science, Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences
Ulan-Ude, Russia

Baldandorzho D. Tsydypov, Doctor of Engineering Sciences,
Leading Researcher of Institute of Physical Material Science,
Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences
Ulan-Ude, Russia

The paper presents the setting and features of boundary conditions towards the thermal and electrical problem for composite electrode assemblies with thermochemical inserts. Theoretical study of stationary thermal state of the cathode assembly consists of solving systems of nonlinear equations for the two elements of the cathode assembly (inserts and clips) of thermal conductivity taking into consideration Joule heating and the continuity of the current. The problem is that the system

of equations is not linear, as electrical and thermal conductivity coefficients are dependent on temperature. The boundary conditions are nonlinear, since complex heat transfer design with the environment occurs at the boundary conditions: convective heat transfer of plasma-forming gas and radiation emissions from the end of the cathode. In this setting the thermophisical problem with formulated boundary conditions cannot be solved analytically, so numerical method is used for solving the problem.
Keywords: thermochemical cathodes, boundary value problem, cathode assembly, thermochemical insert plasma torch, cathode holder.

В электродуговых плазменных установках при работе в окислительных и восстановительных средах используются термохимические катоды на основе металлов, взаимодействующих с плазмообразующими газами с образованием оксидов, нитридов и карбидов [1; 2]. В качестве материала термохимических катодов используются такие металлы, как Zr, Hf, Nb, Ti, Ta, La, Th, Sm и т. д. Среди них наибольшим ресурсом, особенно в окислительных средах, обладают катоды на основе Zr и Hf. Разработка и экспериментальная оптимизация функциональных режимов термохимических катодов требуют весьма значительных затрат и не обладают достаточной общностью и универсальностью [3; 4]. В связи с этим особую актуальность приобретает развитие расчетно-теоретических методов оптимизации катодных узлов с термохимической вставкой, основанных на математическом моделировании катодных процессов электро- и тепломассопереноса на ЭВМ.

Краевую задачу рассмотрим на примере наиболее работоспособной конструкции катодного узла сильноточного плазмотрона, состоящей из торцевого термохимического катода-вставки I, запрессованного в медный цилиндрический корпус-обойму II (на рисунке 1 показана половина осевого сечения конструкции). Исследование теплофизического состояния катодного узла состоит в решении уравнения нестационарной теплопроводности:

$$c\rho\frac{\partial T}{\partial T} = \partial iv(\lambda \mathrm{gradT}) + \mathrm{q}_v \tag{1}$$

с нелинейными граничными условиями с учетом основных видов радиационного и термического энергообмена электродной системы с внешней средой, где T — температура, c — удельная теплоемкость, ρ — плотность материала, λ — коэффициент теплопроводности, q_v — объемная плотность внутренних источников и стоков, обусловленных физико-химическими процессами выделения и поглощения энергии. В сильноточных катодных узлах q_v определяется плотностью джоулевого тепловыделения. Для этого записываем уравнение Лапласа, решение которого дает распределение электрического потенциала во всем объеме катодного узла.

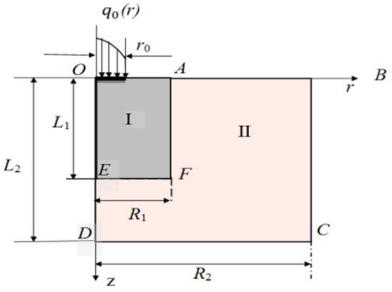

Рис. 1. Расчетная схема составного катодного узла. I — катод (вставка), II — катододержатель (обойма)

Температурное поле в осесимметричном катодном узле находится совместным решением уравнения (1) в виде:

$$c_k\rho_k\frac{\partial T_k}{\partial t}=\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\lambda_k T_k\frac{\partial T_k}{\partial r}\right]+\frac{\partial}{\partial z}\left[\lambda_k(T_k)\frac{\partial T_k}{\partial z}\right]+\frac{j_k^2}{\sigma_k(T)} \quad (2)$$

и уравнения непрерывности тока:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\sigma_k(T_k)\frac{\partial U_k}{\partial r}\right]+\frac{\partial}{\partial z}\left[\sigma_k(T_k)\frac{\partial U_k}{\partial z}\right]=0 \quad (3)$$

$$j_k=(j_r^2+j_z^2)^{1/2},\qquad j_r=-\sigma_k(T)\partial U_k/\partial r,\quad j_z=-\sigma_k(T)\partial U_k/\partial z$$

для вставки $(k=1)$ и обоймы $(k=2)$, где σ_k, U_k, j_k — удельная электропроводность, электрический потенциал и плотность тока соответственно.

В начальный момент времени $t=0$ зажигается дуговой разряд. При этом на рабочий торец термохимической вставки ($z=0$) в пределах круга радиуса

r_0 поступает осесимметричный тепловой поток, моделирующий термическое воздействие плазмы разряда: $q_0=F(r)$, где $F(r)$ — в общем случае известная функция, r и z — цилиндрические координаты. Под влиянием теплового потока q_0 и джоулева тепловыделения начинается нагрев катодного узла с исходной температурой $T_{1,2}(r,z)=T_0(r,z)$. Динамика данного процесса в любой момент времени описывается уравнениями (2), (3).

Граничные условия к уравнению (2) поставлены следующим образом:

1) на горячем торце катода (поверхность *OA*) реализуются теплоперенос из плазмы дугового разряда, теплообмен с газовой средой и излучение по закону Стефана-Больцмана:

$$\lambda_1(T_1)\frac{\partial T_1(r,0)}{\partial z}=\begin{cases}-q_0, 0\le r\le r_0\\ a_g(T_1-T_g)+\varepsilon_1(T_1)\sigma_B(T_1^4-T_g^4), r_0<r\le R_1\end{cases};$$

2) на горячем торце корпуса узла (*AB*) происходит теплообмен с газом:

$$\lambda_2(T_2)\frac{\partial T_2(r,0)}{\partial z}=a_g(T_2-T_g), R_{1<}r<R_2;$$

3) холодный торец (*DC*) охлаждается жидкостью:

$$\lambda_2(T_2)\frac{\partial T_2(r,L_2)}{\partial z}=-a_f(T_2-T_f), 0\le r\le R_2;$$

4) на внешней цилиндрической поверхности обоймы (*BC*) происходит теплоотдача газу:

$$\lambda_2(T_2)\frac{\partial T_2(R_2,z)}{\partial r}=-a_g(T_2-T_g), 0\le z\le L_2;$$

5) на оси симметрии катодного узла (*OD*) радиальный тепловой поток равен нулю:

$$\lambda_{1,2}(T_{1,2})\frac{\partial T_{1,2}(0,z)}{\partial r}=0, 0\le z\le L_2;$$

6) на границах «вставка-обойма» поставлены краевые условия 4-го рода:

$$T_1(r,z)=T_2(r,z), 0\le r\le R_1, 0\le z\le L_1$$
$$\lambda_1(T_1)\frac{T_1(r,z)}{\partial n}=\lambda_2(T_2)\frac{\partial T_2(r,z)}{\partial n},$$

где n — нормаль к внутренней границе, направленная вдоль z на поверхности *EF* и вдоль r на *AF* (рис. 1).

Граничные условия к уравнению (3) следующие:

1) на горячем торце катода (поверхность О*A*):

$$\sigma_1(T_1)\frac{\partial U_1(r,0)}{\partial z} = \begin{cases} -\frac{I}{\pi r_0^2}, & 0 \le r \le r_0 (I - \text{ток разряда}) \\ & 0, r_0 < r \le R_1 \end{cases};$$

2) на горячем торце катододержателя (*AB*):

$$\sigma_2(T_2)\frac{\partial U_2(r,0)}{\partial z} = 0, R_1 \le r \le R_2;$$

3) на холодном торце катододержателя (*DC*):

$$U_2(r, L_1) = 0, 0 \le r \le R_2;$$

4) на оси катодного узла (*OD*):

$$\sigma_{1,2}(T_{1,2})\frac{\partial U_{1,2}(r,0)}{\partial z} = 0, 0 \le z \le L_2;$$

5) на цилиндрической поверхности катододержателя (*BC*):

$$U_2(R_2, z) = 0, 0 \le z \le L_2;$$

6) на контакте двух металлов:

$$U_1(r,z) = U_2(r,z),\ \sigma_1(T_1)\frac{U_1(r,z)}{\partial n} = \sigma_1(T_2)\frac{\partial U_2(r,z)}{\partial n}.$$

Сформулированная краевая задача решается численным методом конечных разностей. Численный алгоритм позволит определить температурное поле распределения электрического потенциала и плотности тока в электродной системе «термохимический катод — катододержатель».

Литература

1. Термохимические катоды / Ф. М. Жуков, А. В. Пустогаров, Г.-Н. Б. Дандарон, А. И. Тимошевский. Новосибирск: ИТ СО РАН, 1985. 211 с.

2. Гордеев В. Ф., Пустогаров А. В. Термоэмиссионные дуговые катоды. М.: Энергоатомиздат, 1988. 192 с.

3. Электрохимический механизм работы циркониевого катода в воздухе. В. М. Жуков, Т. В. Борисова, А. И. Мокрышев, В. В. Пак // Сибирский физико-технический журнал. 1991. Вып. 4. С. 113–118.

4. Peters J., Yin F., Carlos Borges F. M.. Erosion mechanisms of hafnium cathodes at high current // Journal of physics D. 2005. V. 38. P. 1781–1794.