

УДК 004.942, 7.048.32

doi 10.18101/978-5-9793-0803-6-258-263

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЗАИМОСВЯЗИ ПЕРВИЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЫ С ПОМОЩЬЮ MATLAB¹

© *Урмакшинова Елена Рониславовна*, кандидат технических наук,
заведующая кафедрой вычислительной техники и информатики
Бурятского государственного университета, Россия, г. Улан-Удэ
E-mail: helurm@mail.ru

© *Кочева Татьяна Валерьевна*, кандидат технических наук, сотрудник
Института физического материаловедения СО РАН, Россия, г. Улан-Удэ
E-mail: tavako@mail.ru

В статье на примере монгольских плетенок рассматриваются структуры характерных для многих народов плетеных узоров, построенных на равномерной квадратной сетке. Анализ и построение этих структур проводится с помощью функций пакета Matlab. В статье предложен метод анализа первичных элементов орнамента с помощью теории временных рядов и автоковариационной функции. Статистическое описание структуры мотива осуществляется с помощью кодирования величины угла излома орнаментальной линии. Основное содержание составляет ковариационный анализ временного ряда, который позволяет выявить взаимосвязь между первичными элементами структуры, образующими устойчивые элементы второго порядка, формирующие мотив. Рассмотрено три визуально близких мотива с разным количеством первичных элементов и различными типами симметрии, расположенными в поле 3x3. Математически доказано совпадение отдельных вторичных элементов этих структур.

Ключевые слова: мотив, структура, ковариационный анализ, временной ряд, MATLAB

RESEARCH OF INTERRELATIONS OF PRIMARY ELEMENTS OF GEOMETRICAL STRUCTURE WITH THE HELP OF MATLAB

Elena R. Urmakshinova, Candidate of Engineering Sciences,
Head of the Department of Computer Sciences and Informatics, Buryat State University,
Russia, Ulan-Ude

Tatyana V. Kocheva, Candidate of Engineering Sciences,
Institute of Physical Material Science of the Siberian Branch
of the Russian Academy of Sciences, Russia, Ulan-Ude

The article considers the structures of interlaced patterns — characteristic of many peoples, designed on an equable square net, on the example of a Mongolian network. The design and analysis of these structures are performed with the help of the Matlab functions. The paper proposes a method of analysis of the primary elements of the ornament based on the theory of time series and autocovariance function. The

¹Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 15-47-04328

statistical description of the motive structure is carried out by encoding the fracture size of the angle of the ornamental line. The main content of the study is the analysis of covariance time series that allows identifying the relationship between the primary elements of the structure which form the stable elements of the second order designing a motive. The three visually similar motives with different number of primary elements and various types of symmetry located in the 3x3 cells are analyzed. The coincidence of certain elements of these secondary structures is Mathematically proven.

Keywords: motive, structure, analysis of covariance, time series, MATLAB

Для задач сравнения традиционных мотивов разных народов, автоматизированного построения новых узоров, определения их индекса сложности вызывает интерес изучение орнаментов с помощью средств вычислительной техники. Такие попытки предпринимались с конца 80-х годов XX века [1]. С развитием прикладного программного обеспечения появляются новые возможности, в частности, авторами используются пакет прикладных программ MATLAB и одноименный язык программирования, используемый в этом пакете.

Плетеный орнамент, популярный во многих национальных культурах, представляет собой особый предмет обсуждения. Многие плетеные орнаменты строятся на «квадратной» сетке, и ленты в них переплетаются под прямыми углами. На такой сетке строится большинство кельтских узлов, русские и монгольские плетенки, узоры других народов. Для структурного анализа плетенок можно создать математическую модель, содержащую информацию только о расположении лент, так как переплетения не важны для определения его окончательного вида [2]. В данной модели структура плетенки образована элементарными отрезками, длина которых равна шагу сетки. В разработанной системе кодирования мотивов орнаментальная линия состоит из n отрезков одинаковой длины, названных элементами первого порядка (первичные элементы).

Исследование структуры плетенки можно осуществить с помощью теории временных рядов [3]. В качестве анализируемой случайной величины принимается величина угла излома орнаментальной линии: угол в 180° кодируется цифрой 0, углы в 90° , 270° – соответственно как 2 и -2. Таким образом, мотив предстает в виде последовательности числового ряда x_1, x_2, \dots, x_n , отражающего изменения направлений линии орнамента.

Решение любой задачи для анализа временных рядов начинается с построения графика исследуемого показателя, тем более что современные программные средства предоставляют пользователю большие возможности для этого. Для анализа временного ряда используется автоковариационная функция $r_x(m)$ последовательности $x(n)$, $n = 0, 1, \dots, N-1$ [4]. Она позволяет оценить зависимость между отклонениями $[x(n) - \mu_x]$ в различные моменты времени, по формуле:

$$r_x(m) = \sum_{n=0}^{N-1-m} [x(n) - \mu_x][x(n+m) - \mu_x], \quad m = 0, 1, \dots, N-1, \quad (1)$$

где:

$$r_x(m) = r_x(-m), m = 1, 2, \dots, N - 1,$$

μ_x – математическое ожидание (среднее значение) последовательности.

Функция $r_x(m)$ является четной, центрированной относительно значения $r_x(0)$, которое, согласно (1), равно дисперсии с точностью до множителя N :

$$r_x(0) = \sum_{n=1}^N [x(n) - \mu_x]^2 = N\sigma_x^2.$$

Длина последовательности $r_x(m)$ равна $L = 2N - 1$.

В MATLAB значения индексов начинаются с единицы, поэтому автоковариационная функция (1) вычисляется по модифицированной формуле:

$$r_x(m) = \sum_{n=1}^N [x(n) - \mu_x][x(n+m-N) - \mu_x],$$

$$m = N, N + 1, \dots, N + (N - 1),$$

где:

$$r_x(N + m) = r_x(N - m), m = 1, 2, \dots, N - 1.$$

Так как автоковариационная функция центрирована относительно $r_x(N)$, то для анализа взаимосвязи первичных элементов орнамента достаточно построить и исследовать график только для первых N коэффициентов функции $r_x(m)$.

С помощью языка программирования MATLAB по временному ряду соответствующего мотива строится структура узора, а также график ее автоковариационной функции. Важными факторами являются выбор начальной точки и порядок обхода, так как от этого зависит определение устойчивых вторичных элементов. Начальную точку желательно выбирать на внешнем контуре и одновременно на оси симметрии структуры. Обход структуры можно производить как с учетом направления движения орнаментальной линии (с пересечениями), так и по контуру. Однако для более сложных плетенок второй вариант не всегда осуществим. Пики на графиках автоковариационной функции позволяют выделить совокупности первичных элементов, которые образуют устойчивые повторяющиеся элементы второго порядка. Из больших совокупностей, образованных от одного верхнего пика до другого, можно выделить меньшие совокупности, используя нижние пики. Таким образом можно сравнивать структурный состав мотивов.

Рассмотрим несколько примеров анализа монгольских плетенок, построенных в малом поле размером 3x3 клетки, отличающихся количеством первичных элементов структуры.

На рис. 1 а представлен один из самых простых плетеных мотивов, состоящий из 12 первичных элементов. На рис. 1 б изображена структура данного мотива, цифры соответствуют порядку обхода линии узора. В данном случае обход совершается с учетом пересечений орнаментальной линии. Выбор первой точки может быть произвольным, так как это не влияет на анализ временного ряда (рис. 1 с), который показывает углы излома линии. По максимальным пикам на графике ковариационной функции можно выделить два

вторичных элемента — 4b, 6b (цифра означает количество первичных отрезков, а буква — вариант элемента). Если принимать во внимание минимальные пики, то вторичные элементы можно разделить на меньшие составляющие. Так, вторичный элемент 4b разделится на два элемента 2a, а вторичный элемент 6b — на 2a и 4c (рис. 1 е). Таким образом, наиболее устойчивыми элементами второго порядка для данного мотива являются элементы 2a и 4c.

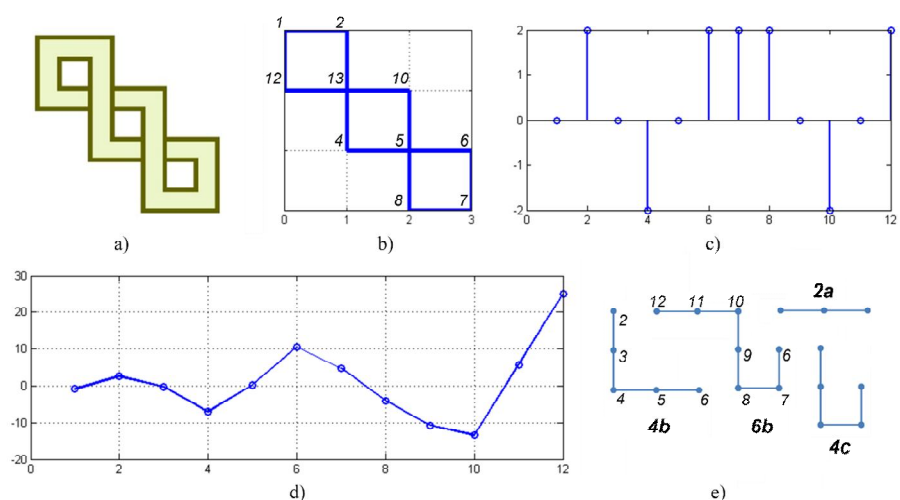


Рис. 1. Исследование плетеного мотива из 12 первичных элементов, тип симметрии 2-м: а) мотив; б) структура; с) временной ряд; д) ковариационная функция; е) вторичные элементы

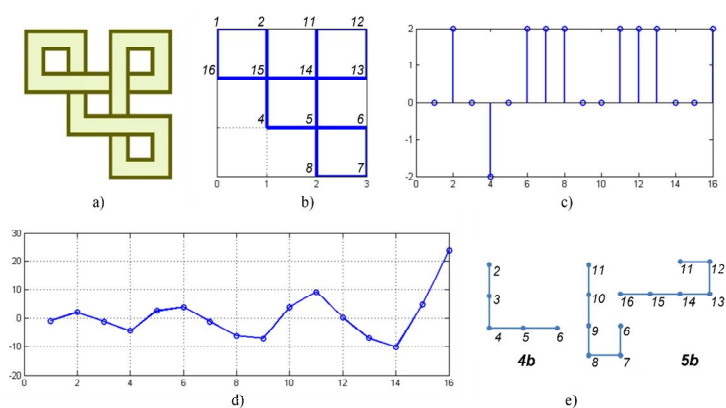


Рис. 2. Исследование плетеного мотива из 16 первичных элементов, тип симметрии m: а) мотив; б) структура; с) временной ряд; д) ковариационная функция; е) вторичные элементы

Мотив (рис. 2 а) состоит из 16 первичных элементов и имеет зеркальную симметрию m . Начальная точка обхода структуры выбрана на внешнем контуре, но не на оси симметрии структуры. В этом случае по графику ковариационной функции можно выделить два вторичных элемента — 4b и 5b (рис. 2 е). Если совершить обход с внешней точки, лежащей на оси симметрии структуры, то в качестве вторичных элементов определяются элементы 3a, 6b и 5b.

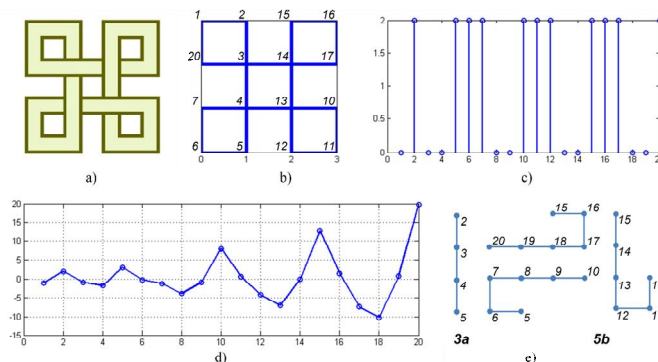


Рис. 3. Исследование плетеного мотива из 20 первичных элементов, тип симметрии $4\cdot m$: а) мотив; б) структура; в) временной ряд; д) ковариационная функция; е) вторичные элементы

Плетенка (рис. 3) состоит из 20 первичных элементов и обладает симметрией структуры $4\cdot m$. Для этого образца выделяется два элемента второго порядка — 3a и 5b.

Рассмотрев эти примеры, можно отметить, что первые пики графика ковариационной функции определяют элементы второго порядка не полностью. Это устранимо при повторном прохождении начальной точки, то есть при увеличении количества членов временного ряда.

Предложенный метод ковариационного анализа первичных элементов геометрической структуры плетенок позволяет выявить не всегда очевидную связь между этими элементами, отражает внутреннюю структуру мотива. Визуальный анализ не обладает такими возможностями, так как опирается на субъективное восприятие.

Дальнейший анализ плетеного орнамента методами прикладной статистики позволит не только сравнить узоры, состоящие из одной или нескольких переплетающихся лент, принадлежащих одному или разным народам, но и определить индекс сложности плетенок и перейти к рассмотрению их 3D-структур.

Литература

1. Рындина О. М., Леонов В. П. Опыт структурного анализа орнаментов // Этнографическое обозрение. 1992. № 1. С. 61–71.

Е. Р. Урмакинова, Т. В. Кочева. Исследование взаимосвязи первичных элементов геометрической структуры с помощью MATLAB

2. Кочева Т. В., Шолохов Е. С. Крестовидный маркер разрыва как средство автоматизированного проектирования плетеного орнамента // Вестник компьютерных и информационных технологий. 2013. № 9. С. 11–16.
3. Афанасьев В. Н., Юзбашев М. М. Анализ временных рядов и прогнозирование. М.: Финансы и статистика, 2001. 228 с.
4. Солонина А. И., Арбузов С. М. Цифровая обработка сигналов. Моделирование в MATLAB. СПб.: БХВ-Петербург, 2008. 816 с.