5. Sintering of Ceramics - New Emerging Techniques. Ed. by Dr. Arunachalam Lakshmanan. InTech. 2012. 610 p.

6. Lutsyk V. I., Zelenaya A. E., Zyryanov A. M., Nasrulin E. R. Computer Models of Phase Diagrams for Ceramic Systems. TiO<sub>2</sub>-SiO<sub>2</sub>-Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> and ZrO<sub>2</sub>-SiO<sub>2</sub>-Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> // Építőanyag - Journal of Silicate Based and Composite Materials. 2016. V. 68. No 2. P. 52-55.

7. Matiašovský K. Fázové diagramy niektorých sústav dôležitých z hľadiska elektrolytickej výroby horčíka (II) trojzložkovä sústava MgCl<sub>2</sub>-CaCl<sub>2</sub>-NaCl // Chemické Zvesti. 1959. V. XIII. P. 78-95.

8. Луцык В. И., Зеленая А. Э., Насрулин Э. Р., Бимбаев Э. С. Система NaCl-CaCl<sub>2</sub>-MgCl<sub>2</sub>: Разработка пространственной компьютерной модели Т-х-у диаграммы // Расплавы. № 3. 2016. С. 206-215.

9. Луцык В. И., Зеленая А. Э., Насрулин Э. Р., Зырянов А. М. Система NaCl-CaCl<sub>2</sub>-MgCl<sub>2</sub>: Анализ нульмерных, одномерных и двумерных концентрационных полей // Расплавы. № 3. 2016. С. 216-225.

10. Beneš O., Konings R. J. M. Actinide Burner Fuel: Potential Compositions Based on the Thermodynamic Evaluations of MF-PuF<sub>3</sub> (M=Li, Na, K, Rb, Cs) and LaF<sub>3</sub>-PuF<sub>3</sub> Systems // Journal of Nuclear Materials. 2008. V. 377. P. 449–457.

11. Beneš O. Thermodynamics of Molten Salts for Nuclear Applications. Dissertation. Prague. 2008. 205 p.

УДК 544.344.015.3 doi: 10.18.101/978-5-9793-0883-8-241-245

# Концентрационные поля и траектории фаз в системах CaO(MgO)-SiO<sub>2</sub>-Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>

А. Э. Зеленая<sup>1</sup>, В. И. Луцык<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Институт физического материаловедения СО РАН, 670047, Россия, г. Улан-Удэ, ул. Сахьяновой, 6, e-mail: vluts@ipms.bscnet.ru <sup>2</sup>Бурятский государственный университет, 670000, Россия, г. Улан-Удэ, ул. Смолина, 24a

#### Аннотация

Представлены компьютерные модели фазовых диаграмм систем CaO-SiO<sub>2</sub>-Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> и MgO-SiO<sub>2</sub>-Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, учитывающие особенности строения поверхностей ликвидуса, наличие бинарных и тройных соединений. Для системы CaO-SiO<sub>2</sub>-Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> проанализированы траектории фаз в поле первичной кристаллизации Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, для системы MgO-SiO<sub>2</sub>-Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> в поле кристобалита (SiO<sub>2</sub><sup>cr</sup>) и области расслоения расплава. При помощи диаграмм вертикального материального баланса выявлены поля, не обладающие уникальными наборами микроструктурных элементов.

Ключевые слова: фазовые диаграммы, компьютерная модель, системы CaO-SiO<sub>2</sub>-Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> и MgO-SiO<sub>2</sub>-Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, траектории фаз, материальный баланс.

# Concentration fields and trajectories of phases in the systems CaO(MgO)-SiO<sub>2</sub>-Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>

# A. E. Zelenaya<sup>1</sup>, V. I. Lutsyk<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Institute of Physical Materials Science, Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, Sakhyanova Str.,6, Ulan-Ude 670047, Russia, e-mail: vluts@ipms.bscnet.ru

<sup>2</sup>Buryat State University, Smolin Str., 24a, Ulan-Ude 670000

#### Abstract

Computer models of phase diagrams of systems  $CaO-SiO_2-Al_2O_3$  and  $MgO-SiO_2-Al_2O_3$ , taking into account the topological features of the liquidus surfaces, the presence of binary and ternary compounds were elaborated. Trajectories of phases in field if primary crystallization  $Al_2O_3$  for system  $CaO-SiO_2-Al_2O_3$  and fields of cristobalite  $(SiO_2^{cr})$  and miscibility of two liquids for system  $MgO-SiO_2-Al_2O_3$  were analyzed. Analysis of the concentration fields using the diagrams of vertical mass balance permit to found the field without unique set of microconstituents. Calculation of crystallization paths has been done.

Keywords: phase diagrams, computer model, systems CaO-SiO<sub>2</sub>-Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> and MgO-SiO<sub>2</sub>-Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, trajectory of phases, mass balance.

#### Введение

Системы CaO-SiO<sub>2</sub>-Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> и MgO-SiO<sub>2</sub>-Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> имеют большое прикладное значение и используются не только при описании свойств строительных материалов [1-2], но и при характеристике геологических объектов [3-4]. Построение компьютерных моделей этих тройных систем значительно расширяет возможности их исследования [5], путем расчета путей кристаллизации и анализом концентрационных полей с целью получения информации о протекающих этапах кристаллизации и формирующейся микроструктуре. На основе данных о протекающих нонвариантных процессах в бинарных и тройных системах, с учетом наличия и характера существования бинарных и тройных соединений, разрабатывается схема моно- и нонвариантных состояний. При этом на первом этапе построения пространственной модели T-х-у диаграммы воспроизводятся нонвариантные комплексы, затем на них достраиваются линейчатые и нелинечатые поверхности и формируются фазовые области [6-8]. При описании поверхностей, имеющих сложное геометрическое строение (например, большое количество точек на контуре, содержащие экстремумы или разрывы гладкости) использовался кинематический метод, основанный на задании поверхностей при помощи направляющих и образующих кривых [6-7, 9].

### 1. Модель Т-х-у диаграммы системы CaO-SiO<sub>2</sub>-Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>

Сложность создания модели T-х-у диаграммы системы CaO-SiO<sub>2</sub>-Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> связана с неоднозначностью описания как бинарных систем, так и поверхностей ликвидуса [10]. Модель разрабатывалась на основе экспериментальных данных приведенных в [11] и содержит купол расслаивания, 16 поверхностей ликвидуса (рис. 1a), 128 линейчатых поверхностей, 16 горизонтальных комплексов при температурах нонвариантных точек, 33 двухфазные области и 46 трехфазных областей [8, 12-14]. Принято обозначение соединений: инконгруэнтно плавящиеся соединения:  $R_1 - 3CaO\cdotSiO_2$ ,  $R_3 - 3CaO\cdot2SiO_2$ ,  $R_6 - 3CaO\cdotAl_2O_3$ ,  $R_{10} - CaO\cdot6Al_2O_3$ ; и конгруэнтно плавящиеся соединения:  $R_2 - 2CaO\cdotSiO_2$ ,  $R_4 - CaO\cdotSiO_2$ ,  $R_5 - 3Al_2O_3\cdot2SiO_2$ ,  $R_7 - 5CaO\cdot3Al_2O_3$ ,  $R_8 - CaO\cdotAl_2O_3$ ,  $R_9 - CaO\cdot2Al_2O_3$ ,  $R_{11} - 2CaO\cdotAl_2O_3$ ,  $R_{12} - CaO\cdotAl_2O_3\cdot2SiO_2$ .

Наиболее сложное строение имеют поверхности ликвидуса  $R_{11}$  и  $R_{12}$  с контуром  $Q_4Q_5(Q_5,Q_6)Q_6E_6E_3(E_2,E_3)E_2Q_9$ ,  $E_3(E_3,E_4)E_4(E_4,E_5)E_5Q_8(Q_7,Q_8)Q_7E_6$  за счет присутствия точек максимума присутствуют на моновариантных ликвидуса  $E_2E_3$ ,  $E_3E_4$ ,  $E_4E_5$ ,  $E_6E_3$ ,  $Q_4Q_9$ ,  $Q_5Q_6$ ,  $Q_7Q_8$  и на самих поверхностях за счет наличия тройных конгруэнтно плавящихся соединений  $R_{11}$  и  $R_{12}$  (рис. 1б-д). Такие поверхности конструировались из отдельных фрагментов с соблюдением гладкости на границе фрагментов [7, 9].



Рис. 1. ХҮ проекция поверхностей ликвидуса (а), изолинии и 3D модели поверхностей ликвидуса R<sub>11</sub> (б-в) и R<sub>12</sub> (г-д)

Рассмотрим технологию анализа концентрационных полей на примере поля ликвидуса Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>  $(Al_2O_3p_5Q_7(Q_7,Q_8)Q_8e_5)$ . В проекции рассматриваемое поле разбивается 46 концентрационных поля, из них 12 двухмерных, 23 одномерных и 11 нульмерных поля (рис. 2а). Для каждого поля были рассчитаны диаграммы вертикального материального баланса, на основе которых составляются перечни пересекаемых фазовых областей, схем фазовых реакций и элементов микроструктуры для заданного центра масс во всем температурном интервале. В результате выявлено, что одно одномерное поле R<sub>10</sub>-2 и одно нульмерное поле 2 совпадают по перечню фазовых реакций и элементов микроструктуры с соседними полями большей размерности: R<sub>10</sub>-2-3 и 2-3, соответственно. Еще три поля совпадаю по наборам микроструктуры, но отличаются перечнем фазовых реакций:  $Q_7-5 \in 4-Q_7-5$ ,  $6-Q_8 \in Q_8-6-7$ , Q<sub>8</sub>-8∈Q<sub>8</sub>-7-8. Рассмотрим более подробно на примере полей Q<sub>8</sub>-7-8 и Q<sub>8</sub>-8. Из диаграммы вертикального материального баланса для двухмерного поля Q<sub>8</sub>-7-8 (рис. 26) видно, что центр масс G<sub>1</sub>(0.105; 0.375; 0.52) пересекает 4 фазовые области L+C, L+C+R<sub>5</sub>, L+R<sub>5</sub>+R<sub>12</sub>, B+R<sub>5</sub>+R<sub>12</sub> и два горизонтальных комплекса при температурах нонвариантных точек Q8 и E5. С протеканием реакций первичной кристаллизации  $L^1 \rightarrow C^1$  (в фазовой области L+C), моновариантной эвтектической  $L^e \rightarrow C^{e(R5)} + R_5^{e(C)}$  (в L+C+R<sub>5</sub>), нонвариантной квазиперитектической  $L^{Q8} + C^{1,e} \rightarrow R_5^{Q8} + R_{12}^{Q8}$  (на горизонтальном комплексе при Q<sub>8</sub>), постперитектической вторичной эвтектической  $L^{en} \rightarrow R_5^{en(R12)} + R_{12}^{en(R5)}$  (в L+R<sub>5</sub>+R<sub>12</sub>) и нонвариантной эвтектической  $L^{E5} \rightarrow B_2^{E5} + R_5^{E5} + R_{12}^{E5}$  (на горизонтальном комплексе при E<sub>5</sub>). Ниже этого комплекса находиться твердофазная область B+R<sub>5</sub>+R<sub>12</sub>. Поскольку кристаллы C<sup>1</sup> и C<sup>e</sup> расходуются в ходе нонвариантной квазиперитектической реакции  $L^{Q8}+C^{1,e}\rightarrow R_5^{Q8}+R_{12}^{Q8}$ , то в итоговый набор микроструктуры они не входят. Т.о. поле Q<sub>8</sub>-7-8 характеризуется следующим набором микроструктуры:

 $R_5^{e5(C)}$ ,  $R_5^{Q8}$ ,  $R_{12}^{Q8}$ ,  $R_5^{en(R12)}$ ,  $R_{12}^{en(R5)}$ ,  $B_2^{E5}$ ,  $R_5^{E5}$ ,  $R_{12}^{E5}$ . Таким же набором обладает одномерное поле  $Q_8$ -8. Поскольку оно является частью моновариантной линии ликвидуса, то реакция первичной кристаллизации  $L^1 \rightarrow C^1$  для него отсутствует, т.к. центр масс  $G_2(0.092; 0.376; 0.532)$  заданный в этом поле, первоначально попадет в трехфазную область  $L+C+R_5$  (рис. 2в).

Для состава G<sub>1</sub> также рассчитан путь кристаллизации (рис. 2г). При прохождении области L+C состав расплава изменяется по продолжению прямой C-G<sub>1</sub> до линии ликвидуса  $e_5Q_8$ . Далее G<sub>1</sub> попадает в область L+C+R<sub>5</sub> и состав расплава перемещается по фрагменту моновариантной линии ликвидуса  $e_5Q_8$ . При пересечении фазовой области L+R<sub>5</sub>+R<sub>12</sub> он движется по моновариантной линии ликвидуса  $Q_8E_5$  до точки E<sub>5</sub>. Ниже расположена субсолидусная область B+R<sub>5</sub>+R<sub>12</sub>.



Рис. 2. Фрагмент проекции T-х-у диаграммы с разбивкой поля ликвидуса  $Al_2O_3$  на концентрационные поля (а), диаграммы вертикального материального баланса для составов  $G_1$  (б) и  $G_2$  (в), путь кристаллизации для  $G_1$  (г)

# 2. Модель Т-х-у диаграммы системы MgO-SiO<sub>2</sub>-Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>

Система MgO-SiO<sub>2</sub>-Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> (A-B-C) имеет более простое геометрическое строение. Система характеризуется наличием трех бинарных конгруэнтно плавящихся соединений (R<sub>1</sub>=2MgO·SiO<sub>2</sub>,  $R_3 = 3Al_2O_3 \cdot 2SiO_2$  $R_4$ =MgO·Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>), одного бинарного  $(R_2 = MgO \cdot SiO_2)$ И ДBVX тройных  $(R_5=4MgO\cdot5Al_2O_3\cdot2SiO_2, R_6=2MgO\cdot2Al_2O_3\cdot5SiO_2)$  инконгруэнтно плавящихся соединений. Бинарная система MgO-SiO<sub>2</sub> содержит область расслаивания жидкости ( $L_1+L_2$ ). Система MgO-SiO<sub>2</sub>-Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> (A-B-С) характеризуется протеканием следующих нонвариантных превращений: трех эвтектических (Е<sub>1-3</sub>), пяти квазиперитектических (Q<sub>1-5</sub>), одного перитектического (Р) и двух реакций (U<sub>1-2</sub>), соответствующих четырехфазной перегруппировке при участии полиморфных модификации SiO<sub>2</sub> (кристобалита B<sub>1</sub> и тридимита В<sub>2</sub>). Модель ФД сформирована поверхностью расслаивания, 10 поверхностями ликвидуса, 78 линейчатыми поверхностями на границах двух- и трехфазных областей, 11 горизонтальными комплексами при температурах нонвариантных точек; содержит 21 двухфазную область и 29 трехфазных областей (рис. 3).

Точки U<sub>1</sub> и U<sub>2</sub> лежат при одной температуре, а точки B1<sub>U1</sub>, B2<sub>U1</sub>, B1<sub>U2</sub>, B2<sub>U2</sub> совмещены в одну на ребре призмы. Поэтому плоскости соответствующие четырехфазным перегруппировкам фаз  $L_{U1}+B_1 \leftrightarrows R_2+B_2$  и  $L_{U2}+B_1 \oiint R_3+B_2$ , имеют вырожденное строение U<sub>1</sub>-R2<sub>U1</sub>-B1<sub>U1</sub>(B2<sub>U1</sub>) и U<sub>2</sub>-R3<sub>U2</sub>-B1<sub>U2</sub>(B2<sub>U2</sub>), соответственно. Фазовая область L+B<sub>1</sub>+B<sub>2</sub> вырождена в плоскость и соответствующая ей моновариантная перетектическая реакция L<sup>p</sup>+B<sub>1</sub> $\rightarrow$ B<sub>2</sub><sup>p</sup> протекает при одной температуре.



Рис. 3. Пространственная модель поверхностей ликвидуса (а), проекция T-х-у диаграммы (б) системы MgO-SiO<sub>2</sub>-Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>

Проекция Т-х-у диаграммы разбивается на 100 двухмерных, 170 одномерных и 71 нульмерных концентрационных поля. В качестве примера проведем анализ концентрационных полей, расположенных под поверхностью расслаивания (nkmk<sup>0</sup>) и примыкающего поля ликвидуса кристобалита ( $e_2U_1U_2e_3$ ) (рис. 4а).



Рис. 4. Фрагмент диаграммы системы MgO-SiO<sub>2</sub>-Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> с разбиением на концентрационные поля

Из 9 двухмерных, 16 одномерных и 7 нульмерных концентрационных полей 4 поля полностью совпадают этапами кристаллизации и элементами микроструктуры (B-3  $\in$  B-3-4; B-1  $\in$  e<sub>2</sub>-n-k-1-B-U<sub>1</sub>; k  $\in$  nk; 1  $\in$  B-1), еще 11 полей отличаются этапами кристаллизации, но совпадают по микроструктуре (B-m-1, e<sub>2</sub>-U<sub>1</sub>, n-k, m-1, k-1 (внутри поверхности расслаивания), k-1 (по контуру поверхности расслаивания)  $\in$  e<sub>2</sub>-n-k-1-B-U<sub>1</sub>; U<sub>2</sub>-3  $\in$  B-U<sub>2</sub>-3, e<sub>3</sub>-4  $\in$  B-e<sub>3</sub>-4, 4  $\in$  B-4, 3  $\in$  B-3, U<sub>1</sub> $\in$  B-U<sub>1</sub>). Большое количество полей с совпадающей микроструктурой обусловлено наличием области расслоения расплава и двух полиморфных модификаций компонента SiO<sub>2</sub>. Процессы, протекающие в фазовых областях L<sub>1</sub>+L<sub>1</sub>, L<sub>1</sub>+L<sub>1</sub>+B<sub>1</sub>, L+B<sub>1</sub> не влияют не итоговой набор микроструктуры, т.к. продукты протекающих там реакций полностью расходуются. Например, рассмотрим двухмерное поле B-U<sub>1</sub>-2. Центр масс G (0.1; 0.8; 0.1) заданный в этом поле пересекает 5 фазовых областей L+B<sub>1</sub>, L+B<sub>1</sub>+B<sub>2</sub>, L+B<sub>2</sub>, L+B<sub>2</sub>+R<sub>2</sub>, B<sub>2</sub>+R<sub>2</sub>+R<sub>6</sub> с следующей цепочкой фазовых реакций L<sup>1</sup> $\rightarrow$ B<sub>1</sub><sup>1</sup>, L<sup>p</sup>+B<sub>1</sub> $\rightarrow$ B<sub>2</sub><sup>p</sup>, L<sup>1n</sup> $\rightarrow$ B<sub>2</sub><sup>1n</sup>, L<sup>en</sup> $\rightarrow$ B<sub>2</sub><sup>R2,en</sup>+R<sub>2</sub><sup>B2,en</sup>, L<sup>E3</sup> $\rightarrow$ B<sub>2</sub><sup>E3</sup>+R<sub>2</sub><sup>E3</sup>+R<sub>6</sub><sup>E3</sup> (рис. 4б). Поскольку кристаллы B<sub>1</sub> расходуются в результате перитектической реакции L<sup>p</sup>+B<sub>1</sub> $\rightarrow$ B<sub>2</sub><sup>p</sup> то в набор микроструктуры они не входят. Т.о. рассматриваемое поле характеризуется следующим набором микроструктуры элементов: B<sub>2</sub><sup>p</sup>, B<sub>2</sub><sup>1n</sup>, B<sub>2</sub><sup>R2,en</sup>, R<sub>2</sub><sup>E3</sup>, R<sub>2</sub><sup>E3</sup>, R<sub>2</sub><sup>E3</sup>, R<sub>6</sub><sup>E3</sup>.

## Заключение

На основе компьютерных моделей систем  $CaO-SiO_2-Al_2O_3$  и MgO-SiO\_2-Al\_2O\_3 показана возможность анализа двух-, одно- и нульмерных концентрационных полей, получение данных об этапах кристаллизации и наборах микроструктурных элементов.

Исследование выполнено в соответствии с госзаданием ФГБУН ИФМ СО РАН на 2015-2017 гг. (проект № 0336-2014-0003) и при частичной финансовой поддержке РФФИ в рамках научных проектов № 14-08-00453-а, 15-43-04304-р-сибирь-а.

#### Литература

1. Taylor H. F. W. Cement Chemistry. London: Thomas Telford, 1997. 459 p.

2. Lea F. Lea's Chemistry of Cement and Concrete. London: Elsevier Ltd, 1998. 1057 p.

3. Жариков В. А. Основы физической геохимии. М.: Наука, 2005. 654 с.

4. Заварицкий А. Н., Соболев В. С. Физико-химические основы петрографии изверженных горных пород. М.: ГОС-ГЕОЛТЕХИЗДАТ, 1961. 383 с.

5. Lutsyk V. I., Vorob'eva V. P., Zelenaya A. E. 3D Reference Book on the Oxide Systems Space Diagrams as a Tool for Data Mining // Solid State Phenomena. 2015. T. 230. P. 51-54.

6. Луцык В. И., Зырянов А. М., Зеленая А. Э. Построение компьютерной модели Т-х-у диаграммы с моновариантным монотектическим равновесием // Журнал неорганической химии. 2008. Т. 53, № 5. С. 858-863.

7. Lutsyk V. I., Zelenaya A. E., Żyryanov A. M. Specific Features of the Crystallization of Melts in Systems with a Transition from Syntectic Equilibrium to Monotectic Equilibrium // Crystallography Reports. 2009. V. 54, № 7. P. 1300-1307.

8. Lutsyk V., Zelenaya A. Crystallization paths in SiO<sub>2</sub>-Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-CaO system as a genotype of silicate materials // Journal of Silicate Based and Composite Materials. 2013. No 2. P. 34-38.

9. Lutsyk V. I., Zelenaya A. E., Zyryanov A.M. Multicomponent systems simulation by the software of "Diagrams Designer // Journal of Materials, Methods & Technologies, International Science Publications. 2008. № 2. P. 176-184.

10. Зеленая А. Э., Луцык В. И., Савинов В. В. Проблема уникальности концентрационных полей в системе CaO-Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-SiO<sub>2</sub>// Материалы IV научно-практич. конф. с межд. участием «Наноматериалы и технологии», Улан-Удэ. 2012.

11. Торопов Н. А., Барзаковский В. П., Лапшин В. В., Курцева Н. Н., Бойкова А. И. Диаграммы состояния силикатных систем. Справочник. Вып. 3. Тройные силикатные системы. Ленинград: Наука. 1972. 448 с.

12. Lutsyk V. I., Zelenaya A. E., Savinov V. V. Melt solidification in the ceramic system CaO-Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-SiO<sub>2</sub> // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2011. V. 18, no 11.

13. Lutsyk V., Zelenaya A. Crystallization Paths and Microstructures in Ternary Oxide Systems with Stoichiometric Compounds // Solid State Phenomena. 2013. V. 200. P. 73-78, 2013.

14. Lutsyk V. I., Zelenaya A. E., Savinov V. V. Phase Trajectories in CaO–Al2O3–SiO2 Melts // Crystallography Reports. 2012. V. 57, № 7. P. 943–947.

УДК 51-7 doi: 10.18.101/978-5-9793-0883-8-245-249

#### Моделирование нагнетания жидких растворов в трещину

### **Т. Г. Дармаев**<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Бурятский государственный университет, 670000, Россия, г. Улан-Удэ, Смолина, 24а, tel.: +7(3012)221215, e-mail: dtg@bsu.ru

#### Аннотация

Проведено моделирование нагнетания жидких растворов в трещину, полученную гидроразрывом, как изотермическое течение несжимаемой бингамовской жидкости между двумя горизонтальными плоскостями. Получены аналитические выражения для времени и глубины проникновения растворов.

Ключевые слова: напорная инъекция, бингамовская жидкость.

## Modeling of grout penetration in crack

### T. G. Darmaev<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Buryat state university, 670000, Russia, Ulan-Ude, Smolin Str., 24a, tel.: +7(3012)221215 e-mail: dtg@bsu.ru

#### Abstract

Modeling of grouting of liquid solutions to the crack received by hydraulic fracturing as an isothermal flow of incompressible Bingam liquid between two horizontal planes has been conducted. Analytical expressions for time and depth of solution penetration have been received.

Key words: grouting, Bingam liquid

Исследование течения различных жидкостей в трубе является сложной задачей. Течение в трубе в зависимости от вязкости можно рассматривать как течение вязкой несжимаемой жидкости (течение Пуйазейля). Поскольку в состав нагнетаемых растворов входит цемент, то надо рассматривать течения неньютоновских жидкостей или Бингама [1]. В природе и технике существует широкий круг материалов, таких как свежий бетон, геоматериалы (глинистые почвы, некоторые виды нефтей, буровые растворы, сели, магма), коллоидные растворы, порошкообразные смеси, смазочные материалы, металлы при обработке давлением, кровь в капиллярах, пищевые продукты, зубная паста и др., которые