

Вихревая гидродинамика основа для получения новых знаний в науках о Земле

© В. И. Гунин

Центр моделирования геосистем «МоГеос», г. Улан-Удэ, Россия. E-mail: vigunin@list.ru

Предложен математический аппарат вихревой гидродинамики (ВГ). Показаны возможности трехмерной математической модели тепломассопереноса в вязких и пористых средах основанной на (ВГ), позволяющей адекватно описывать вихревые структуры и глубже понимать их сущность для генерации новых знаний.

Ключевые слова: гравитация; векторный потенциал; конвекция; вихревые структуры; математическая модель; численный эксперимент; тепломассоперенос; вязкость; мантия; литосфера; кора; плюм; диапир; рифт.

Vortex hydrodynamics a new approach to modeling geosystems

V. I. Gunin

Centre of modeling of the geological systems «MoGeos, Ulan-Ude, Russia. E-mail: vigunin@list.ru

Predlozhen matematicheskiy apparat vikhrevoiy gidroinamiki (VG). Pokazany vozmozhnosti trekhmernoiy matematicheskoy modeli teplomassoperenosa v vyazkikh i poristyykh sredakh osnovannoy na (VG), pozvolyayushchey adekvatno opisyyvat' vikhrevyye struktury i glubzhe ponimat' ikh sushchnost' dlya generatsii novyykh znaniy.

Keywords: gravity; vector potential; convection; vortex structures; mathematical model; numerical experiment; heat and mass transfer; mantle; lithosphere; crust; mantle plume; diapir; rift.

Одним из наиболее эффективных методов получения новых знаний является математическое моделирование (прогнозирование) различных природных процессов. Полученные таким образом новые знания являются знаниями более высокого уровня, позволяющие понять причинно-следственные связи сложных процессов и на основе этих понятий вначале научиться их прогнозировать, а затем вводить элементы управления ими.

Для моделирования процессов в окружающей среде нужны адекватные математические модели и эффективные численные методы. Процессы, протекающие в природе, в той или иной степени связаны с гидродинамическими потоками, вызванными перераспределением вещества в гравитационном поле. Основной движущей силой переноса вещества в природе является конвекция, которая в свою очередь зависит от сил, вызванных какими-то внешними воздействиями (вынужденная конвекция), и внутренних сил, вызванных плотностными неоднородностями, возникающими за счет градиента температуры и концентрации вещества (свободная конвекция).

Для описания гидродинамики в задачах со свободной и вынужденной конвекцией в сплошных и пористых средах широко используется система уравнений Навье-Стокса, в которой конвективные силы описываются совместно (одним уравнением). Это приводит к трудностям при её решении, так как нет эволюционного уравнения для давления. С помощью данной системы уравнений сложно и даже невозможно описать вихревые структуры, которые формируются в гравитационном поле во всех средах.

Вихревые и кольцевые структуры довольно широко распространены во всех геосферах Земли, а их размеры могут достигать сотен километров. Поэтому появляется необходимость в построении нового математического аппарата позволяющего избежать указанных затруднений. Предлагаемый подход основан на расщеплении конвекции на свободную и вынужденную, что позволяет записать новую систему уравнений гидродинамики и в результате её решения получить значения общего конвективного потока.

Из теории поля известно, что любое векторное поле \mathbf{M} можно разложить на две составляющие. $\mathbf{M} = \mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2$, где $\mathbf{M}_1 = \text{grad } U$ — источниковое или дивергентное поле, тогда $\text{rot } \mathbf{M}_1 = 0$, $\text{div } \mathbf{M}_1 = \text{div grad } U = k_1 \delta$, тогда $\nabla^2 U = \Delta U = k_1 \delta$. k_1 — коэффициент пропорциональности, δ — плотность источников. $\mathbf{M}_2 = \text{rot } \Psi$ — векторное поле, тогда $\text{div } \mathbf{M}_2 = 0$, $\text{rot } \mathbf{M}_2 = \text{rot rot } \Psi = k_2 \mathbf{W}$, тогда $\Delta \Psi = k_2 \mathbf{W}$. k_2 — коэффициент пропорциональности, \mathbf{W} — плотность вихревых линий. В поле силы тяжести генератором свободной конвекции, является неоднородность распределения плотности среды (флюида), а интенсивность конвекции пропорциональна градиенту этой плотности. В точках, с густым расположением линии тока, абсолютная величина градиента возрастает, поэтому векторную функцию \mathbf{W} можно представить в виде градиента скалярной функции $\mathbf{W} = \text{grad } \rho$, где ρ — плотность среды (флюида). Тогда получим векторное уравнение $\Delta \Psi = k_2 \nabla \rho$, которое в декартовой системе координат распадается

ся на три скалярных. $\Delta\Psi_x = k2\partial\rho/\partial x$, $\Delta\Psi_y = k2\partial\rho/\partial y$, $\Delta\Psi_z = k2\partial\rho/\partial z$. В общем случае векторное поле, вызванное источниками и вихрями, например поле скоростей, можно записать так. $\mathbf{V} = \mathbf{grad} \mathbf{U} + \mathbf{rot}\Psi$. Это одна из форм теоремы Гельмгольца.

Система уравнений в частных производных и результаты решения задач. Систему (ВГ) можно записать в виде сопряжённой трехмерной системы уравнений тепломассопереноса в вязких и пористых средах, которая выглядит так (рис. 1).

$\frac{\partial\Psi_1}{\partial x} \left(A_x \frac{\partial\Psi_1}{\partial x} \right) + \frac{\partial\Psi_1}{\partial y} \left(A_y \frac{\partial\Psi_1}{\partial y} \right) + \frac{\partial\Psi_1}{\partial z} \left(A_z \frac{\partial\Psi_1}{\partial z} \right) = \frac{\partial\rho_\phi}{\partial x} + f_1(t, x, y, z)$	(1)		
$\frac{\partial\Psi_2}{\partial x} \left(A_x \frac{\partial\Psi_2}{\partial x} \right) + \frac{\partial\Psi_2}{\partial y} \left(A_y \frac{\partial\Psi_2}{\partial y} \right) + \frac{\partial\Psi_2}{\partial z} \left(A_z \frac{\partial\Psi_2}{\partial z} \right) = -\frac{\partial\rho_\phi}{\partial y} + f_2(t, x, y, z)$	(2)		
$\frac{\partial\Psi_3}{\partial x} \left(A_x \frac{\partial\Psi_3}{\partial x} \right) + \frac{\partial\Psi_3}{\partial y} \left(A_y \frac{\partial\Psi_3}{\partial y} \right) + \frac{\partial\Psi_3}{\partial z} \left(A_z \frac{\partial\Psi_3}{\partial z} \right) = -\frac{\partial\rho_\phi}{\partial z} + f_3(t, x, y, z)$	(3)		
$\frac{\partial P}{\partial x} \left(\kappa_x \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial P}{\partial y} \left(\kappa_y \frac{\partial P}{\partial y} \right) + \frac{\partial P}{\partial z} \left(\kappa_z \frac{\partial P}{\partial z} \right) = f_4(t, x, y, z);$	(4)		
$\frac{\partial T}{\partial t} + W_x \frac{\partial T}{\partial x} + W_y \frac{\partial T}{\partial y} + W_z \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{\partial T}{\partial x} \left(\alpha_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial T}{\partial y} \left(\alpha_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial T}{\partial z} \left(\alpha_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) + f_5(t, x, y, z)$	(5)		
$\frac{\partial C_i}{\partial t} + V_x \frac{\partial C_i}{\partial x} + V_y \frac{\partial C_i}{\partial y} + V_z \frac{\partial C_i}{\partial z} = \frac{\partial C_i}{\partial x} \left(D_x \frac{\partial C_i}{\partial x} \right) + \frac{\partial C_i}{\partial y} \left(D_y \frac{\partial C_i}{\partial y} \right) + \frac{\partial C_i}{\partial z} \left(D_z \frac{\partial C_i}{\partial z} \right) - F_i(t, x, y, z)$	(6)		
$V_x = \frac{\partial\Psi_3}{\partial y} - \frac{\partial\Psi_2}{\partial z} - \kappa_x \frac{\partial P}{\partial x};$	$V_y = \frac{\partial\Psi_1}{\partial z} - \frac{\partial\Psi_3}{\partial x} - \kappa_y \frac{\partial P}{\partial y};$	$V_z = \frac{\partial\Psi_2}{\partial x} - \frac{\partial\Psi_1}{\partial y} - \kappa_z \frac{\partial P}{\partial z};$	(7)
$\rho_\phi = \rho_0 - \rho_0\beta(T - T_0) + \rho_0\beta^*(C_s - C_{s0}) + \rho_0\beta^*(P - P_0)$		(8)	
$C_s = \sum_i C_i$			

Рис. 1. Система уравнений ВГ, Ψ , T , P , C -функция тока, температура, давление, концентрации вещества.

На основе данной системы, разработан пакет программ на языке Fortran для персональных компьютеров, позволяющий решать широкий круг задач по моделированию процессов в геосистемах. Более подробное описание в работе [4]. С использованием системы уравнений (ВГ), было решено ряд задач для высоковязких сред по оценке условий формирования и эволюции нижнемантийных плюмов и диапиров в системе литосфера — кора [2]. Для пористой среды решена задача о становление интрузива и образования кольцевых и вихревых структур [1]. Для низковязкой среды (гидросферы) задача по оценке причин и условий формирования кольцевых структур на льду озера Байкал [3]. В этих задачах моделировался восходящий поток (струя) мантийного, литосферо — корового (плюм, диапир) материала для сплошной среды и флюидов для пористой среды от заданного источника тепла и/или химического вещества. Для гидросферы задавался источник с повышенной температурой или пониженной плотностью (газ). Во всех случаях шёл одинаковый процесс формирования восходящего потока (струи), который состоял из нескольких этапов развития. Над заданным источником появлялась куполообразная структура с пониженной плотностью и вязкостью. Для каждого координатного направления формировался гидродинамический диполь, и стратификация становилась неустойчивой (неустойчивость Рэлея-Гейлора). При больших размерах источника и более низкой вязкости среды возможно образование мульти-диполя и появление несколько симметрично расположенных куполообразных структур. За счёт горизонтального градиента плотности возникали выталкивающие силы, куполообразная структура всплывала, формируя восходящий конвективный поток торообразного вида с восходящей ветвью в канале и нисходящей в окружающем массиве. Скорость подъёма потока зависела от его плавучести. За счёт вертикального градиента плотности появлялись тангенциальные силы, вызывающие вращение структуры. В центральной и головной частях — против часовой стрелки (циклонический вихрь), а на периферии и в подошве структуры, по часовой стрелке (антициклонический вихрь). При достижении потоком более вязкой среды (преграды) подъём его прекращался, вещество потока растекалось, формируя линзу. Если преграда отсутствовала, то поток внедрялся в менее плотную среду (атмосферу, гидросферу) и формировал кольцеобразную структуру.

Результаты численных экспериментов, выполненных на основе матаппарата вихревой гидродинамики, показали, что он является адекватным и эффективным средством для генерации новых знаний. Анализ результатов плюм-диапировой тектоники показал, что деление на плиты твёрдых оболочек планет происходит за счет векторного потенциала гравитационного поля, имеющего тангенциальную составляющую, приводящую к их вращению. Литосферные плиты плавать не могут т. к. плотно упакованы и составляют одно целое с твёрдой мантией. Они разделяются скачком плотности,

отличаются вязкостью и имеют только вертикальные движения, вращаясь вокруг своего центра. Субдукционных процессов не существует, такой процесс противоречит законам физики. Твёрдые литосферные плиты не могут погружаться в твёрдую мантию, кроме того, их плотность меньше плотности мантийных пород на 10–30%. Конвекции в твёрдом и стратифицированном по плотности теле мантии быть не может (прочные связи). Мантия и кора одна целая среда, отличаются только плотностью и вязкостью, у коры плотность меньше на 10–30%, а вязкость больше на 2–3 порядка (в 100–1000 раз). Температура в мантии растёт с глубиной равномерно, даже при жидком её состоянии для возникновения тепловой конвекции и преодоления скачков плотности нужны источники, повышающие температуру как минимум на 900–1000 градусов т.к. коэффициент теплового расширения пород 0.00001 на градус. Формирование рифта возможно только при погружении частично закристаллизованных пластичных мантийных пород, вынесенных диапиром. При этом на бортах формирующейся рифтовой зоны возникает обратный восходящий поток вещества с вращением, который приводит к вздыманию ее краевых частей и подъему изотермы, т.е. к горообразованию с формированием магматических очагов и термальных источников. У протяжённых рифтов, за счёт обратного потока вещества, между впадинами формируются перемычки. Чем протяженней рифт, тем больше перемычек. Причём количество перемычек обратно пропорционально вязкости пород. Разломы, это ослабленные зоны с пониженным давлением, находятся на контакте двух литосферных плит или блоков коры. В эти зоны, за счёт гидравлического давления соседних блоков, выдавливается глубинные более плотные и горячие породы. При подъёме давление уменьшается быстрее, чем температура и твёрдые породы за счёт декомпрессии и ещё высокой температуры могут частично или полностью расплавиться. Так формируются магматические очаги. Дальнейший подъём и выдавливание выше лежащих пород приводит к горообразованию и формированию вулканических очагов. Такой же процесс может возникнуть при подъёме плюма и формировании линзы горячего вещества в нижней части литосферы с последующим заполнением ослабленных зон.

Литература

1. Гунин В. И. Становление интрузива как возможный механизм формирования условий для образования кольцевых и вихревых структур (численный эксперимент) // Изв. вузов. Геология и разведка. 2006. № 4. С. 40–44.
2. Гунин В. И. Новая информационная технология и её возможности при моделировании геосистем // Геодинамика и тектонофизика. 2011. Т. 2. № 4. С. 356–377.
3. Гунин В. И. Оценка воздействия газо-гидротермальной деятельности Байкальского рифта на акваторию озера по результатам численного эксперимента // Геодинамика и тектонофизика. 2014. Т. 5. № 3. С. 763–775.
4. Гунин В. И. Вихревая гидродинамика новый подход к моделированию геосистем // Вестник Пермского университета. Серия: Математика. Механика. Информатика. 2018. Вып. 1 (40). С. 5–18.

Гунин Владимир Иванович, математик — программист — геолог, директор центра моделирования геосистем «МоГеос», г. Улан-Удэ.